$(11p+2)^3$

Lycée pilote Monastir
Prof: Trimèch-M

$2^{ème}sc_1$
Mars 2012
-2h-

Devoir de synthèse 2

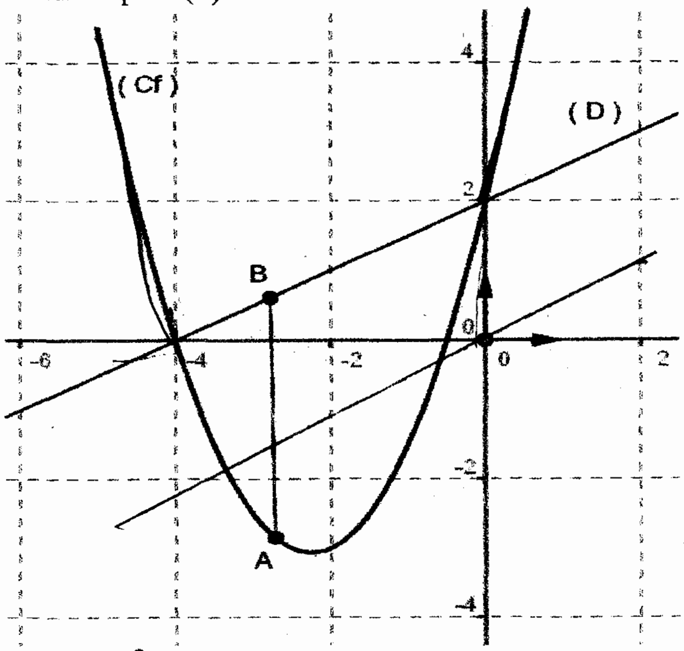
Exercice 1 (2 points)

Justifier par vrai ou faux :

1. Le nombre $(55123)^3 - 8$ est divisible par 11 (sans utiliser la calculatrice).
2. Une rotation d'angle π est une homothétie de rapport -1.

Exercice 2 (8 points)

La courbe $(\mathscr{C}_f)$ ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ de la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2 + bx + c$ où b et c sont deux réels.



1. a. Vérifier que $f(x) = x^2 + \frac{9}{2}x + 2$

   b. Déterminer le sommet et l'axe de $(\mathscr{C}_f)$.

2. a. Déterminer une équation cartésienne réduite de la droite ci-dessus (D).

   b. Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 + 4x > 0$

3. Pour $x \in [-4,0]$, on note A le point de $(\mathscr{C}_f)$ et B le point de (D) de même abscisse x.

   a. Montrer $AB = -x^2 - 4x$

   b. Pour quelle valeur de x la distance AB est maximale ?
   Calculer la valeur maximale de AB.

4. Soit $g(x) = f(x-2)$.

   Soit M(x,y) un point de $(\mathscr{C}_f)$ et M'(x',y') son image par la translation de vecteur $2\vec{i}$

   a. Montrer que $M \in (\mathscr{C}_f)$ si et seulement si $M' \in (\mathscr{C}_g)$.

   b. Tracer $(\mathscr{C}_g)$.

   c. Déterminer, graphiquement, le tableau de variations de g.

5. Soit $(\Delta_m) : y = (m + \frac{9}{2})x$ où m est un paramètre réel.

   a. Tracer (Δ_{-4}) $(m = -4)$

   b. Déterminer m pour que (Δ_m) coupe $(\mathscr{C}_f)$ en deux points distincts et coupe (D).

$g(x) = B\,ix$

$u_n = u_0 + (n-0)r$

Exercice 3 (5 points)

1. Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur IN de raison 2 et $u_0 = 1$.
   a. *Déterminer l'expression de* u_n.
   b. Calculer la somme $S = 1 + 3 + 5 + ... + 99$ (somme des impairs) 2500
2. Soit la suite (v_n) définie sur IN par $v_n = 10^{2n+1}$ (puissances de 10).
   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 100. 5
   b. Soit le produit $P = v_0 v_1 v_2 .... v_{49}$
   Ecrire P à l'aide de la valeur S. $10^1 . 10^3 . 10$

Exercice 4 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points A(-1,4), B(7,-4) et C(-5,-3).

1. a. Montrer qu'une équation cartésienne de (AC) est : $-7x + 4y - 23 = 0$.
   b. *En déduire que* ABC *est un triangle.*
2. Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).
   a. Montrer que $O \in (BH)$.
   b. Calculer AC et BH puis l'aire du triangle ABC.
   c. Déterminer une équation cartésienne de (BH)
   d. Déterminer les coordonnées du point H
   Retrouver *la distance* BH.
3. Soit l'ensemble $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 - 6x - 23 = 0$.
   a. Montrer que $(\mathscr{C})$ est un cercle dont on précisera son centre I et son rayon R.
   b. Montrer que $(\mathscr{C})$ est circonscrit au triangle AHB.
   c. Vérifier que C est à l'extérieur de $(\mathscr{C})$.
   d. Déterminer les équations cartésiennes réduites de deux droites tangentes à $(\mathscr{C})$ et passant par le point C.